

# Fotometrisk Detektion af Ekstrasolare Planeter

Lis Arneberg, Anne Francke Christensen,  
Thøger Juul Thorsen

Fysik 1 Projekt, afleveret 25/04 -03

# Indhold

# 1 Indledning

*The worlds come into being as follows: many bodies of all sorts and shapes move from the infinite into a great void; they come together there and produce a single whirl, in which, colliding with one another and revolving in all manner of ways, they begin to separate like to like.*

Leucippus ( 480-420 B.C.)<sup>1</sup>

Man taler om en grundlæggende frygt i os mennesker: *Horror Vacui* - angsten for det tomme rum. Tomheden både i overført forstand - før og efter livet - og rent fysisk for det ufattelige tomrum omkring os, som får livet på Jorden til at se meget småt, skrøbeligt og ubetydeligt ud. Måske er det dette, der har drevet os til siden tidernes morgen at stille os selv spørgsmålet: Er der andre derude? Man skulle rent intuitivt mene ja, og citatet ovenfor viser da også, at man allerede meget tidligt har tænkt sig til, at der måtte være andre verdener end vores egen. Og med andre verdener må der vel også være andet liv - alt andet virker absurd for os mennesker, der er vandt til at se livet overalt på Jorden. For at kunne tale om ikke-jordisk liv som andet end rent tankespin er vi dog nødt til at kunne påvise, at der overhovedet *er* planeter udenfor vort solsystem. En intuitiv selvfølgelighed, men vi kan ikke tage noget for givet. Påvisning af disse planeter er ikke helt nem, da stjernens lys er så stærkt i forhold til det lys dens eventuelle planet måtte tilbagekaste, at planeten fuldstændig drukner i stjernens lyshav. Først i 1995 var det teknisk muligt at påvise en ekstrasolar planet, og idag kendes lidt over 100, som alle har en noget anden karakter end forventet. De første sådanne atypiske planeter satte spørgsmåltegn ved vores teori om solsystemets dannelse: Hvis det er naturligt at planetsystemer som vores dannes sammen med stjerner, hvorfor finder vi så kun meget anderledes systemer? Én teori er, at vores solsystem er meget atypisk. En anden er, at man på grund af måletekniske begrænsninger kun kan observere disse anderledes systemer, og at der således sagtens kan være mange flere systemer derude, som mere ligner vores.

I denne opgave vil vi koncentrere os om planeter, der set fra Jorden (eller en evt. betragter et andet sted) formørker deres stjerner. Vi vil undersøge hvilke betingelser med hensyn til størrelser som baneplanens inklinationsvinkel, afstanden mellem stjernen og planeten og objekternes radius og masse, der skal til, for at en sådan planet kan detekteres. Til dette formål har vi skrevet et FORTRAN-program, der ud fra oplysninger om ovennævnte og få andre faktorer kan simulere den lyskurve man vil få, hvis man foretager fotometriske målinger af den. Ved at sammenligne resultatet med faktiske målinger testes programmets troværdighed, hvorefter simulerede målinger foretages for Jupiter og Jorden for at undersøge, om et system som vores ville kunne detekteres.

## 2 Planetsystemer

### 2.1 Vort solsystem

Solsystemet er blevet dannet over meget lang tid. Oprindeligt var det en kæmpe støv- og gassky, solnebulaen, som grundet indre turbulens havde en middelrotation og dermed et impulsmoment. Ustabilitet i skyen, formentlig som følge af en supernovaeksplosion, har fået skyen til at kollapse under sit eget gravitationsfelt. Grundet impulsmomentbevarelse begyndte skyen også at rotere hurtigere, og på grund af centrifugalkraften kollapsede

---

<sup>1</sup><http://www.hao.ucar.edu/public/research/stare/search.html>

skyen fuldstændig langs rotationsaksen, hvorved en flad roterende skive opstod; protoplanetskiven. Ved en proces, som man ikke helt har forstået (Lin et al. 2002), er der herefter formentlig sket en transport af materiale indad i skiven, og samtidig en transport af impulsmoment udad, således at der blev en stor stofkoncentration i midten. Det er i protoplanetskiven, at de forskellige planeter er blevet dannet, og midten af skiven, der havde den største koncentration af materiale, blev til den protosol, der til sidst udviklede sig til Solen.

Tætheden af materialet i protoplanetskiven var så lav, at de grundstoffer som fandtes der, kun kunne eksistere som fast stof eller som en gas, afhængig af temperaturen. (Freedman & Kaufmann 2001)<sup>2</sup>.

Vi kan opdele protoplanetskiven i tre zoner. Den tidlige protosol var noget varmere, end Solen er i dag. Derfor fandtes i den inderste del af solnebulaen, den inderste af de tre zoner, hovedsageligt stoffer med høje kondensationstemperaturer. Stoffer med lave kondensationstemperaturer, som for eksempel helium og brint, fordampede til gasser.

Små stykker af faste stoffer blev holdt sammen af elektriske kræfter. Disse stykker stødte ind i hinanden, og voksede sig således større og større, indtil de blev til små asteroidelignende planetesimaler på omkring en kilometer i diameter. Disse asteroider, der nu blev holdt sammen af deres egen gravitationkraft, kolliderede med andre asteroider. Ved sådanne kollisioner opstod de fire terrestriske (jordlignende) planeter: Merkur, Venus, Jorden og Mars. På grund af den høje temperatur havde gasatomerne en meget høj molekylhastighed, og kunne derfor ikke indfanges af protoplaneterne. Derfor er de terrestriske planeters bestanddele af brint og helium meget små, når det tages i betragtning, at universet næsten udelukkende består af brint og helium og kun forsvindende mængder metaller. (F & K)

I den næste zone dannedes de fire gasplaneter, de såkaldte jovianske (jupiterlignende) planeter: Jupiter, Saturn, Uranus og Neptun. De blev dannet efter samme princip som de terrestiske, men da temperaturen i denne zone var lavere, var der også is i fast form til rådighed for planetdannelsen. Derfor har de kerner, der er noget større end de terrestriske planeter, bestående af is og sten. Disse har desuden - dels pga. deres størrelse, dels den lavere temperatur - gravitationelt indfanget de lette gasser i deres baner. Dette forklarer, hvorfor de jovianske planeter er så store.

Jupiter udgør, som den største af planeterne i vores solsystem, over 70% af den samlede planetmasse; formentlig fordi Jupiter startede sin gasindfangning tidligere end de øvrige jovianske planeter.

I den yderste zone har der været endnu koldere, men materialetætheden var til gengæld meget ringe. Derfor har der ikke kunnet dannes nogle egentlige planeter, og her finder vi Kuiperbæltet, hvortil Pluto menes at høre (F & K).

Hvis liv skal kunne eksistere på en planet, skal forskellige kriterier være opfyldt; blandt andet skal der være flydende vand på overfladen, og afstanden fra planeten til dens stjerne skal være, så planeten har en temperatur der ikke afviger meget fra 300 K. (Stub 2001) Ydermere gælder der nogle betingelser for planetens atmosfære; for eksempel at naturligt carbondioxid skal være tilstede, således at planetens temperatur kan reguleres, da det er carbondioxid der skaber drivhuseffekten. Hvis dette er tilfældet, så har planetens eventuelle liv mulighed for at overleve.

---

<sup>2</sup>I det følgende blot (F & K)

Selvfølgelig er der forskel på, hvilket liv der opstår under hvilke omstændigheder; for eksempel kan bakterier leve under forhold, hvor vores komplekse organismer overhovedet ikke ville kunne eksistere. (F & K)

## 2.2 Andre stjerner - andre systemer?

Når vi ser på planetsystemet i vores eget solsystem melder spørgsmålet sig: Er vores solsystem enestående, eller findes der også planetsystemer omkring andre stjerner?

Den ovenfor omtalte model for dannelsen af vores eget solsystem, der kun er baseret på fysiske og kemiske love, sandsynliggør, at der også er dannet planetsystemer omkring andre stjerner, da disse love efter al sandsynlighed er de samme overalt i universet. Kunne vi observere andre stjerner med planetsystemer som vores eget, med mindre terrestriske planeter inderst og store gasplaneter længere ude, ville vi derfor have fået bekræftet teorien om dannelsen af solsystemer som et fænomen, der følger naturligt af stjernedannelse. I 1995 opdagedes den første exoplanet: 51 Pegasi (F & K), og kort tid efter kendte man til et dusin extrasolare planeter. Ingen af disse tidligt observerede planeter er terrestriske, og alle er de meget atypiske, hvis vi betragter dem i lyset af teorien for dannelsen af vores eget solsystem. Det er hovedsageligt planeter, der er mere massive end Jupiter, og som kredser om stjernen i en meget lille afstand (typisk mindre end 1 AU), nogle i baner, der er meget eccentricke, i modsætning til de planetbaner, vi ser i Solsystemet. (F & K)

Man kender på nuværende tidspunkt 102 exoplaneter ([www.exoplanets.org](http://www.exoplanets.org)). Nogle af de senest fundne er mere typiske for et solsystem som vores, end de første. Man har nu observeret extrasolare planeter, der formentlig er mindre massive end Saturn, og omkring den sølignende stjerne 47 Ursæ Majoris har man fundet en planet med en masse på mindst  $2,4 M_{Jup}$  i en næsten cirkulær bane med en radius på 2,1 AU (F & K). Se figur 1.

Spørgsmålet er, om man indtil nu kun har observeret extrasolare planeter, der kan betegnes som gasgiganter, fordi man ikke er i stand til at måle den eventuelle tilstedeværelse af mindre terrestriske planeter, eller om der kun er gasgiganter at finde derude. Det faktum, at man kun har fundet gasgiganter, behøver ikke at betyde, at vores model for solsystemets dannelse er forkert. Tværtimod kan det faktum, at man har fundet så mange i forhold til solsystemet atypiske kæmpeplaneter, betyde at der er en stor mængde små og mere Solsystem-lignende planeter derude, som vi bare endnu ikke kan observere.

En forklaring på, at vi finder disse Jupiterlignende planeter helt inde i en afstand til stjernen, hvor de ifølge teorien ikke kan være blevet dannet, kunne tænkes at være, at de efter deres dannelse i det yderste af stjernens nebula er migreret indad mod stjernen. Dette kunne forkomme på grund af gnidning, hvis der i planeterne skiveplan efter planetdannelsen stadig har været en stor mængde gas og støv (F & K). De meget excentriske baner, der også kan observeres, kan skyldes gravitationelle påvirkninger af den pågældende planet fra skiven eller de øvrige planeter i planetsystemet. (F & K)

Desuden er man ikke sikker på, at alle de extrasolare planeter, man har observeret, virkelig er planeter. De tungeste af dem (masser over  $13 M_{Jup}$ ) kunne tænkes at være såkaldte brune dværge, dvs. stjerner, der er for små til at forbrænde hydrogen og derfor meget lyssvage (F & K). I så fald er der i stedet tale om en dobbeltstjerne.

Figur 1: Søjlediagram over fordelingen af fundne planeters afstand til deres stjerne (www.exoplanets.org)

## 3 Observation

### 3.1 Metoder

Planeterne i vores solsystem påvirker Solen gravitationelt i samme grad, som Solen påvirker dem. Jupiter udgør omkring 70% af Solsystemets samlede planetmasse, hvorfor Jupiters gravitationsfelt er det afgørende. Derfor bevæger Solen sig i en cirkelbevægelse omkring et punkt ganske tæt på massemidtpunktet for systemet Solen-Jupiter. Dette punkt ligger, idet Solens masse er så meget større end Jupiters, lige udenfor solens overflade (F & K). Hvis man betragter vores sol fra et andet sted i universet, vil det se ud som om vores sol står uroligt på himlen, man taler om en stjernes *vuggen* (eng. 'wobble'). Den betragtning kan man benytte til at påvise tilstedeværelsen af extrasolare planeter, selvom man ikke umiddelbart kan se dem grundet den mange gange kraftigere lysudsendelse fra stjernen.

Der findes flere metoder til at registrere en stjernes vuggen. De to mest anvendte er den *astrometriske metode* og *radialhastighedsmetoden*. Når man benytter den astrometriske metode, måler man direkte på stjernes planetbevægelse. Fra Jorden registrerer man ændringen i stjernes position i forhold til andre stjerner på himlen, og heraf kan man opstille en model for stjernes bevægelse.

Denne metode har sine begrænsninger idet den kræver meget præcist måleapparat. Derfor benytter man oftere radialhastighedsmetoden, en metode, hvor man ser på bølglængder af lyset udsendt fra stjernen - stjernes spektrum.

På grund af stjernens bevægelse kan man registrere en Dopplershift. Ved således at observere stjernen periodisk kan en model for planetbevægelsen opstilles, og heraf kan planetens masse og afstand til stjernen udledes, når stjernens masse er kendt. I tilfælde af flere planeter, kan man med kendskab til vort eget solsystem danne sig et meget præcist billede af, hvor mange planeter, der kredser om stjernen, i hvilken afstand de gør det og ligeledes størrelsen af planeternes masser. (F & K)

### 3.2 Formørkelsesvariable systemer

Der er dog et problem ved at anvende de før omtalte metoder. Udover meget nøjagtige instrumenter kræver den astrometriske metode også, at man kan observere stjernen længe, hvilket er svært og dyrt. Dette behøves ikke ved radialhastighedsmetoden. Til gengæld er der et andet, ikke helt ligegyldigt, problem ved denne. Hvad man finder er nemlig ikke planetens bane, men kun dennes komponenter i en plan parallel med forbindelseslinjen mellem jorden og den observerede stjerne (se tegning s. 13). Da stjernens vugge er lineært afhængig af planetens masse, får man således ved iagttagelse af stjernen ikke et udtryk for planetens faktiske masse, men kun for  $M_p \cdot \sin(i)$ , hvor  $i$ , *inklinationen*, er vinklen mellem planetens baneplan og retningen vinkelret på sigtelinjen fra jorden til stjernen. I princippet kan planetens masse være mange gange større end det målte. Her er det, de formørkelsesvariable planetsystemer kan komme til hjælp.

Når vi en sjælden gang er så heldige, at en planet faktisk formørker sin stjerne ved omløbet (der er indtil nu kun observeret 2 sådanne planeter, hvoraf én først er observeret primo Januar d.å. (Henry et al. 1999, Konacki et al. 2003)<sup>3</sup>), er vi pludselig ikke længere i tvivl om, at planetens bane vender kanten mod jorden, og at den målte masse af planeten derfor er meget tæt på den faktiske masse.

Til observation af disse formørkelsesvariable systemer benyttes *fotometri* (lysstyrkemåling), en metode, som egentlig har været brugt til at observere formørkelsesvariable dobbeltstjerner.

Ydermere kan man ved at måle formørkelsesgrad få en idé om planetens radius og dermed dens massefylde. Hvis formørkelseskurven når at blive (tilnærmelsesvis) flad i løbet af formørkelsen, kan man konkludere, at hele planeten er omgivet af den lysende stjernes kive. Hvis man ser bort fra stjernens randformørkelse<sup>4</sup>, vil man da vha. den allerede fundne afstand fra planet til stjerne (som i praksis har forsvindende betydning, da afstanden  $d$  fra stjerne til planet  $\ll$  afstanden  $r$  fra Jorden til stjernen) kunne finde planetens størrelse som brøkdelen af stjernens størrelse, da den er lig den brøkdelen af stjernens lys, som planeten blokerer. Ved at bestemme stjernens radius (se næste afsnit, Lign. (4)), har man dermed også fundet planetens radius, og derved kan man slutte sig frem til bl.a. dens massefylde.

Med lidt finere instrumenter end vi har idag vil man kunne måle stjernens absorptionspektrum igennem planetens atmosfære og dermed atmosfærens kemiske sammensætning (Henry et al. 1999). De få formørkende exoplaneter er således guld værd, når det drejer sig om at blive klogere på andre planetsystemer.

---

<sup>3</sup>Medio April i år er endnu en formørkende exoplanet blevet opdaget omkr. stjernen OGLE-tr-3. Pressemeldelse fra ESO kan læses på webadressen <http://www.eso.org/outreach/press-rel/pr-2003/pr-09-03.html>

<sup>4</sup>Langs randen af stjerneskiven virker stjernen mørkere, da de øvre lag af stjernen er koldere og udsender mindre lys. (Freedman & Kaufmann 2001)

## 4 Stjernesystemerne

### 4.1 Spektralklassifikation og fotometri

(Det følgende er baseret på Freedman & Kaufmann 2001, hvor intet andet er anført). Den *tilsyneladende størrelsesklasse*, der betegnes  $m_V$ , er en fotometrisk opdeling af stjernerne efter tilsyneladende lysstyrke. Den tilsyneladende lysstyrke af en stjerne i afstanden  $r$  fra Jorden, er den (på Jorden) målte flux, dvs. effekt modtaget pr. overfladeareal. Fluxen,  $F(r)$ , er givet ved:

$$F(r) = \frac{L}{4\pi r^2} \quad (1)$$

Her er  $L$  stjernens luminositet, det vil sige samlede udstrålede effekt. Jo mindre størrelsesklasse en stjerne får tildelt, desto kraftigere synes den at lyse og omvendt ( $m_{V_\odot} = -26,7^{mag}$ ). Det menneskelige øje kan kun se ned til ca.  $6^{mag}$ .

$M_V$ , den *absolutte størrelsesklasse* er den størrelsesklasse, som stjernen ville have haft, hvis den havde befundet sig i en afstand fra Jorden på 10 pc (1 pc=3,26 lysår). Vi har følgende generelle udtryk for sammenhængen mellem to stjerners størrelsesklasser,  $m$ , og deres lysstyrker,  $F(r)$ :

$$m_2 - m_1 = 2,5 \cdot \log\left(\frac{F_1(r_1)}{F_2(r_2)}\right), \quad (2)$$

hvor  $r_1$  og  $r_2$  måles i pc. Logaritmfunktionen skyldes, at det menneskelige øje opfatter lysstyrker logaritmisk. (Stub 2001)

For sammenhængen mellem en stjernes tilsyneladende og absolutte størrelsesklasse har vi følgende udtryk, kaldet afstandsmodulet:

$$m - M = 5 \cdot \log r - 5, \quad (3)$$

hvor  $r$  er afstanden fra Jorden, heraf navnet.

Til temperaturbestemmelse af en stjerne benytter man ofte det såkaldte *farveindeks*. Man måler stjernens størrelsesklasse ved bølgelængder i et bestemt, begrænset interval gennem 5 meget veldefinerede farvefiltre,  $U - B - V - R - I$ -filtre (Johnson-filtre). Det vil sige, at der måles i henholdsvis det ultraviolette, det blå, det synlige, det røde og det infrarøde område. Stjernens farveindeks er så forskellen mellem to størrelsesklasser, f.eks.  $U - B$  eller  $B - V$ , og dette er således et direkte udtryk for temperaturen.

Stjerner inddeles i 8 spektralklasser,  $O - B - A - F - G - K - M - L$ , efter farve, dvs. temperatur ( $O - L$ : varm - kold). Disse opdeles igen i 9 underklasser (0-9). I HR-diagrammet ser vi (se evt. F & K, Kap.19), at stjerner med samme temperatur, kan have vidt forskellige luminositeter. Derfor opdeler man stjernerne i 6 *luminositetsklasser* (I-VI): Superkæmper, klare kæmper, kæmpestjerner, subkæmper, dværgstjerner (hovedserien) og subdværge. Vores sol klassificeres som en  $G2$  V-stjerne.

Forskel i luminositet skyldes hovedsageligt en forskel i stjernenes atmosfærer. Store, meget lysstærke stjerner (eks. kæmper og superkæmper) har en lav tæthed i atmosfæren, hvilket betyder, at absorptionslinierne i deres spektre er meget svage. Mindre lysstærke stjerner (eks. hovedseriestjerner) har derimod en mere kompakt atmosfære, hvorfor absorptionslinierne i deres spektre er meget tydeligere. Derfor kan man, ved at se på absorptionslinierne

i en stjernes spektrum (hvilke linier, der optræder, har også betydning), placere den i HR-diagrammet og derved bestemme dens luminositet. Kender man en stjernes luminositet, kan afstanden til Jorden bestemmes ved at måle fluxen, der jo aftager med kvadratet på afstanden.

Kender man en stjernes overfladetemperatur,  $T$ , og luminositet,  $L$ , kan man beregne dens radius,  $R$ , som følger:

$$L = \pi R^2 \sigma T^4, \quad (4)$$

hvor  $\sigma$  er Stefans konstant ( $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8}$  W/m<sup>2</sup>K) (Stub 2001).

## 4.2 Stjernerne

Alle de exoplaneter, man kender i dag, er opdaget ved hjælp af radialhastighedsmetoden. Imidlertid har man nu efterfølgende bekræftet eksistensen af 2 af disse planeter ved fotometrisk at observere 2 af de pågældende stjerner som formørkelsesvariable. Nogle værdier udledt for de to systemer findes i følgende skema (Henry et al. 1999 og Konacki et al. 2003)<sup>5</sup>:

System	HD209458	OGLE-TR-56
Stjernemasse	$1.03 M_{\odot}$	$1.04 \pm 0.05 M_{\odot}$
Stjerneradius	$1.15 \pm 0.05 R_{\odot}$	$1.10 \pm 0.10 R_{\odot}$
Planetmasse	$0.62 \pm 0.05 M_{Jup}$	$0.9 \pm 0.3 M_{Jup}$
Planetradius	$1.42 \pm 0.10 R_{Jup}$	$1.30 \pm 0.15 R_{Jup}$
Halve storakse	$0.046 \pm 0.001 AU$	0.0225 AU
Baneinklination	$85.9^{\circ} \pm 0.5^{\circ}$	$86^{\circ} \pm 2^{\circ}$

### 4.2.1 HD 209458

HD 209458 er en G0 V-stjerne, det vil sige en gul dværg, med  $M_V = 7,65^{mag}$  og en afstand til Jorden på 47 pc. Den har en overfladetemperatur på 6025 K, og man har bestemt dens masse og radius til henholdsvis  $1,03 M_{\odot}$  og  $1,15 R_{\odot}$ . Spektroskopisk ligner HD 209458 vores egen sol meget. Der er således tale om en meget solignende stjerne (Henry et al. 1999).

Radialhastighedsmålinger, foretaget af HD 209458 i maj 1999, påviste tilstedeværelsen af en planet, HD 209458b, med en omløbstid på  $3,5239 \pm 0,0046$  døgn og med en resulterende minimumsmasse på  $M \sin(i) = 0,62 M_{Jup}$  og et cirkulært omløb med radius 0,046 AU (Henry et al. 1999).

Udfra radialhastighedsmålingerne fastlagde man planetens omløb så præcist, at man kunne forudsige dens passagetider, og i november 1999 påbegyndte man fotometriske målinger af HD 209458 på Fairborn Observatory i det sydlige Arizona. Disse målinger viste et fald i stjernens lysintensitet på  $1,58 \pm 0,18\%$  på det forudsagte tidspunkt. (Henry et al. 1999)

Dette er første gang, at man således har observeret en formørkende exoplanet. Udfra faldet i stjernens lysintensitet kan vi (se afsnit 3.2) udlede en radius for planeten på  $1,42 \pm 0,10 R_{Jup}$  (her er ikke taget højde for randformørkelse). At en formørkelse kan observeres betyder, idet planetens radius og afstand til stjernen er kendt, at der for planetens baneinklination gælder, at  $\sin(i) > 0,993$ . Dette fortæller os endvidere, at værdien  $M = 0,62 M_{Jup}$  er meget tæt på planetens sande masse (Henry et al. 1999).

<sup>5</sup>Charbonneau et al. har sidenhen korrigeret disse tal, hvorfor de måleresultater og parametre, vi benytter i simulationen for HD-209458 er hentet fra STARE-projektets hjemmeside, se afsnit 7.1

Planetens masse og radius leder frem til en gennemsnitsdensitet på  $0,27 \text{ g/cm}^3$  ( $\rho_{Sat}=0,69 \text{ g/cm}^3$  (F & K)). Der altså tale om en gasgigant.

Da den fotometriske målemetode er helt uafhængig af radialhastighedsmetoden, er de omtalte fotometriske målinger en meget sikker bekræftelse af eksistensen af HD 209458b.

#### 4.2.2 OGLE-TR-56

OGLE-TR-56 er, med en afstand til Jorden på omkring 1500 pc og en tilsyneladende størrelsesklasse på  $16,6^{mag}$ , den fjerneste og mest lyssvage stjerne, omkring hvilken en planet med et kendt omløb er blevet opdaget. OGLE-TR-56 er meget lig vores sol, med en overfladetemperatur på 5900 K (Solen: 5800 K). Primo januar 2003 observeredes OGLE-TR-56 ved fotometriske målinger som formørkelsevariabel, med et fald i lysintensitet på 1,2%, hvilket bekræfter tilstedeværelsen af planeten OGLE-TR-56b (Konacki et al. 2003). Radialhastighedsmålinger og fotometriske målinger giver for stjernen og planeten de i skemaet Afsn. 4.2 angivne størrelser.

OGLE-TR-56b menes at være meget lig HD 209458b, men dens baneradius menes kun at være det halve af den baneradius, man har bestemt for HD 209458b. Den korte afstand til stjernen betyder, at OGLE-TR-56b er meget varm, formentlig op til 1900 K. Roche-grænsen for planeten er kun omkring  $2 R_{planet}$ , men tilsyneladende er planeten stabil og dens omløb næsten cirkulært (Konacki et al. 2003).

Med en omløbstid på 1,21 døgn (Konacki et al. 2003) og det meget tætte omløb om stjernen, bevæger OGLE-TR-56b sig i et meget kortere, tættere omløb, end de øvrige kendte gasplaneter med korte (3-4 døgn), tætte (0,04 AU) omløb. Derfor mener man, at OGLE-TR-56b har undergået en anden form for migration indad i protoplanetskiven efter sin dannelse, end den almindelige teori beskriver. Således repræsenterer OGLE-TR-56b måske en af de sjældne klasse II-planeter, der er en meget lille gruppe af objekter, der har mistet en del af deres masse gennem Roche-grænseoverløb (Konacki et al. 2003)

Da OGLE-TR-56 befinder sig i retningen mod Mælkevejens centrum, er der, når man observerer den, en betydelig mængde baggrundsstøj, dvs. lys fra andre stjerner, som blander sig med lyset fra OGLE-TR-56. Sammen med det faktum, at OGLE-TR-56 er så fjern og så svag, betyder dette, at måleusikkerheden for observationer af stjernen er meget stor. Derfor kan man ikke bestemme de forskellige parametre for OGLE-TR-56 og OGLE-TR-56b med samme præcision, som man kan for HD 209458 og HD 209458b. (Konacki et al. 2003)

## 5 Teori

### 5.1 Tolegemeproblemet

For at kunne beskrive legemernes (stjernens og exoplanetens) bevægelser må vi have fat i noget fundamental mekanik. Vi ser bort fra gravitationelle påvirkninger fra nabostjerner og andre himmellegemer, og betragter systemet som lukket. Det betyder, hvis vi også ser bort fra gnidning med støv i planetskiven, at beskrivelsen af deres bevægelse kan betragtes som et rent *tolegemeproblem*, hvor to legemer kredser om et fælles massemidtpunkt.

Når ingen ydre kræfter virker på systemet, vil dets samlede massemidtpunkt (CM) i forhold til det astronomiske rum enten bevæge sig ad en ret linje eller være i hvile, hvilket er fysisk ækvivalent. Alt hvad der er tilbage er altså impulsbevarelsen i systemet:

$$p_1 + p_2 = m_1 d_1 + m_2 d_2 = 0 \quad (5)$$

Hvor  $p$ ,  $m$  og  $d$  angiver hhv. impulsen, massen og afstanden til det fælles massemidtpunkt for de to legemer. Med disse ligninger og lidt geometri er det muligt at give en god, omend lettere forsimplet beskrivelse af legemernes bevægelse i dobbeltstjerne- og planetsystemer (se næste afsnit).

## 5.2 Formørkende planeter

Vi antager, at vores exoplanet kan beskrives som et rent tolegemeproblem, og at stjernen og planeten begge bevæger sig i cirkulære baner om CM. Med begyndelsespunkt netop i CM lægger vi et koordinatsystem således, at  $x$ -aksen ligger i baneplanet.  $z$ -aksen vælger vi til at ligge langs med sigtelinien fra Jorden. Inklinationen, dvs. den vinkel, som en linie vinkelret på sigtelinien (dvs.  $z$ -aksen) danner med omløbsbaneplanet (90 grader, når sigtelinien er direkte ind på kanten af baneplanet) benævner vi  $i$ , og den vinkel, som linien fra Origo, dvs. CM, til stjernen henholdsvis planeten danner med  $(z,y)$ -planen, benævner vi  $v$ . Vi har altså et billede som følger:

Da vi antager, at CM er i hvile, gælder altså impulsbevarelse (5):

$$m_1 d_1 + m_2 d_2 = 0 \tag{6}$$

hvor  $p_1$ ,  $m_1$  og  $d_1$  er henholdsvis stjernens impuls, masse og afstand til CM (dvs. radius i cirkelbanen), og  $p_2$ ,  $m_2$  og  $d_2$  tilsvarende for planeten.

Afstandene  $d_1$  og  $d_2$  skal her opfattes som vektorer, altså med fortegn, og således kan vi opløse dem i  $x$ -,  $y$ - og  $z$ -komponenter. Da  $d = d_1 - d_2$ , hvor  $d$  er den egentlige afstand mellem stjernen og planeten, gælder for koordinaterne  $x$ ,  $y$  og  $z$  følgende (regnet med fortegn):

$$x = x_1 - x_2 \Rightarrow x_2 = x_1 - x, \tag{7}$$

$$y = y_1 - y_2 \tag{8}$$

$$z = z_1 - z_2 \tag{9}$$

hvor  $x_1$ ,  $y_1$  og  $z_1$  er stjernens koordinater og  $x_2$ ,  $y_2$  og  $z_2$  planetens koordinater.

$x_1$  kan da udtrykkes ved  $x$ ,  $m_1$  og  $m_2$ , hvor vi sætter  $q = m_2/m_1$  ( $q$  er da blot en konstant), som følger:

$$\begin{aligned}
m_1 x_1 + m_2 x_2 = 0 &\Rightarrow -m_2 x_2 = m_1 x_1 \\
\Rightarrow -\frac{m_2}{m_1} = \frac{x_1}{x_2} &\Rightarrow -q = \frac{x_1}{x_1 - x} \\
\Rightarrow -q(x_1 - x) = x_1 &\Rightarrow -qx_1 + qx = x_1 \\
\Rightarrow x_1 + qx_1 = qx &\Rightarrow x_1(1 + q) = qx \\
\Rightarrow x_1 = \frac{qx}{1+q} &\Rightarrow x_1 = \frac{qx}{q(1+\frac{1}{q})} \\
&\Rightarrow x_1 = \frac{x}{1 + \frac{1}{q}} \tag{10}
\end{aligned}$$

På tilsvarende vis fås følgende udtryk for de øvrige koordinater (vi vælger at give stjernens koordinater et negativt fortegn):

$$x_1 = \frac{-x}{1 + \frac{1}{q}}, \quad y_1 = \frac{-y}{1 + \frac{1}{q}}, \quad z_1 = \frac{-z}{1 + \frac{1}{q}}, \tag{11}$$

$$x_2 = \frac{x}{1 + q}, \quad y_2 = \frac{y}{1 + q}, \quad z_2 = \frac{z}{1 + q} \tag{12}$$

For  $x$ ,  $y$  og  $z$  har vi fra geometrien (se Schaum's) følgende udtryk:

$$x = d \sin(v), \tag{13}$$

$$y = d \cos(i) \cos(v), \tag{14}$$

$$z = d \sin(i) \cos(v) \tag{15}$$

hvor  $d$  altså er den egentlige afstand mellem stjernen og planeten.

Som nævnt i afsnit 5.1 er stjernens luminositet,  $L$ , den totale energi udstrålet pr. sekund, og fluxen  $F$  er udstrålet energi pr. sekund pr. areal (måles i watt pr. areal), som anført i Lign. (1). Det vil sige:

$$F = \frac{L}{4\pi R_1^2} \tag{16}$$

hvor  $R_1$  er stjernens radius. Hvis vi ser bort fra randformørkelse, er den intensitet  $I$ , der kan måles her fra Jorden, tilnærmelsesvis givet ved:

$$I = KFA_1 = \frac{K}{4\pi} \cdot \frac{LA_1}{R_1^2} \tag{17}$$

Her er  $A_1$  det fra Jorden synlige areal af stjernens skive.  $K$  er en konstant, der afhænger af afstanden mellem Jorden og stjernen (fluxen,  $F$ , aftager med kvadratet på afstanden), og af detektorens areal (fluxen er energi pr. sekund *pr. areal*, mens intensiteten blot er energi pr. sekund). I vores tilfælde, hvor vi måler på kun én stjerne, er størrelsen af  $K$  uinteressant. Af ligning (2) har vi:

$$m_2 - m_1 = 2,5 \cdot \log\left(\frac{I_1}{I_2}\right), \tag{18}$$

hvor  $m_1$  er den til enhver tid aktuelle tilsyneladende størrelsesklasse, mens  $m_2$  er den uformørkede stjernes tilsyneladende størrelsesklasse, og  $I$  er den korresponderende intensitet. Da  $K$  er ens for de to værdier af  $I$  går den ud, og kan sættes arbitrært.

$A_1$  bliver mindre, når planeten med arealet  $A_2$  og radius  $R_2$  glider ind foran stjernens skive, det vil sige når  $z_1 < z_2$ , og når der for den tilsyneladende afstand mellem stjernen og planeten, betegnet  $\rho$ , gælder  $\rho < (R_1 + R_2)$ .  $\rho$  kan beregnes som følger ved hjælp af Pythagoras sætning:

$$\rho = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \quad (19)$$

hvilket let ses af følgende tegning:

Formørkelsen opdeler vi for  $z_1 < z_2$  i fire stader<sup>6</sup>:

(20)

I de fire stader varierer det synlige areal af stjernens skive som følger (udtryk for størrelserne  $\Delta A_1$  og  $\Delta A_2$  finder vi i det følgende)<sup>7</sup>:

Stade	$A_1$
Ingen formørkelse	$A_1 = \pi \cdot R_1^2$
Svag formørkelse	$A_1 = \pi \cdot R_1^2 - \Delta A_1 - \Delta A_2$
Dyb formørkelse	$A_1 = \pi \cdot R_1^2 - \pi \cdot R_2^2 + \Delta A_2 - \Delta A_1$
Maksimal formørkelse	$A_1 = \pi \cdot R_1^2 - \pi \cdot R_2^2$

(21)

Betragt følgende tegning:

---

<sup>6</sup>Skemaet er bygget over skema fra <http://www.physics.sfasu.edu/astro/ebstar/ebstar.html>

<sup>7</sup>Skemaet er bygget over skema fra <http://www.physics.sfasu.edu/astro/ebstar/ebstar.html>

Arealet af det skraverede felt kan beregnes ved:

$$\Delta A = \pi R^2 \frac{\theta}{2\pi} - \frac{1}{2} R R \sin \theta = \frac{1}{2} R^2 (\theta - \sin \theta) \quad (22)$$

Heraf følger, at:

$$\Delta A_1 = \frac{1}{2} R_1^2 (\theta_1 - \sin \theta_1), \quad (23)$$

$$\text{og} \quad (24)$$

$$\Delta A_2 = \frac{1}{2} R_2^2 (\theta_2 - \sin \theta_2) \quad (25)$$

Ved at betragte følgende tegning:

indses, at vinklerne  $\theta_1$  og  $\theta_2$  kan findes ved hjælp af cosinus-relationen for en vilkårlig trekant. Det vil sige:

$$R_2^2 = R_1^2 + \rho^2 - 2R_1\rho \cos\left(\frac{\theta_1}{2}\right) \Rightarrow \theta_1 = 2 \arccos\left(-\frac{R_2^2 - R_1^2 - \rho^2}{2R_1\rho}\right) \quad (26)$$

og

$$R_1^2 = R_2^2 + \rho^2 - 2R_2\rho \cos\left(\frac{\theta_2}{2}\right) \Rightarrow \theta_2 = 2 \arccos\left(-\frac{R_1^2 - R_2^2 - \rho^2}{2R_2\rho}\right) \quad (27)$$

## 6 Programmet

### 6.1 Præsentation

Vort FORTRAN-program simulerer den lyskurve, som man vil se, hvis man måler lysstyrken fra en stjerne med en omkredsende planet igennem en omløbsperiode. Ud fra dette kan man danne sig et skøn over, hvor store udsving f.eks. en jordlignende planet om en sollignende stjerne med en given tilsyneladende størrelsesklasse vil se ud i målingerne, hvis den da overhovedet kan detekteres. Desuden kan man variere enkeltparametre for et fiktivt stjernesystem for at undersøge, under hvilke forudsætninger mht. f.eks. afstand fra stjernen, baneinklination i forhold til sigtelinien osv., planeten kan ses. Brugeren kan på den måde få en idé om sandsynligheden for at finde planeter af forskellig type om andre stjerner ved hjælp af den fotometriske metode. Ved en simpel ændring kan programmet også simulere lyskurver for dobbeltstjerner.

### 6.2 Opbygning

Programmet indlæser først de nødvendige data for planetsystemet: Stjernens og planetens masse målt i  $M_\odot$ , deres Radius i  $R_\odot$ ; afstanden mellem deres massemidtpunkter i  $R_\odot$ , samt planetbanens inklinations i grader. Herefter gennemløber den en tælleløkke, hvor den for hver  $\frac{1}{1000}^\circ$  i et omløb omkr. stjernen ved Lign.(13)-(15) samt (11) og (12) udregner objekternes koordinater i det 3-dimensionelle koordinatsystem vist først i afsn. 5.2. Udregningerne løber fra  $180^\circ$ , da dette vil give den maksimal formørkelse midt i rækken af outputdata. Ved Lign. (19) udregnes den tilsyneladende afstand mellem objekterne. Hvis  $z_1 < z_2$  - et udtryk for, at planeten er tættere på Jorden end stjernen - gennemgår programmet et `if`-statement for hvert af de fire tilfælde med hensyn til  $\rho$  nævnt i (21), afsn. 5.2, og det fra Jorden synlige areal  $A_1$  af stjernen beregnes. Af hensyn til at kunne bruge programmet til dobbeltstjerner udregnes også  $A_2$  ved tilsvarende formler, men dette bruges ikke her, ligesom de tilsvarende værdier af  $A_1$  og  $A_2$  for  $z_2 < z_1$  udregnes men ikke anvendes.

Herefter udregnes den relative intensitet ved Lign. (17), vinklen normaliseres fra radian til fase, den tilsyneladende størrelsesklasse udregnes ved Lign. (18) ud fra den beregnede værdi af den relative luminositet og den indtastede værdi af den normale tilsyneladende størrelsesklasse, og vinkel, relativ luminositet og tilsyneladende størrelsesklasse sendes til output.

## 7 Databehandling

### 7.1 HD209458

Dataene for systemet HD-209458 er hentet fra STARE-projektets hjemmeside <http://www.hao.ucar.edu/public/research/stare/stare.html>, og parametrene er fra artikel af David Charbonneau et al. 23/11/1999, placeret på samme hjemmeside. Det ses på Fig. 2, at med de i artiklen angivne parametre får vi en ualmindelig fin overensstemmelse med simulationen. På x-aksen er angivet bevægelsens fase og ikke tid (omløbstid: 3.5 døgn).

Figur 2: Systemet HD209458, relativ intensitet vs. fase

### 7.2 OGLE-TR-56

Data for målingerne på systemet OGLE-TR-56 har vi hentet på internetsiden <http://www.astrouw.edu.pl/~ftp/ogle> med tilladelse fra Dimitar D. Sasselov.

Figur 3: Systemet OGLE-TR-56, Tils. størrelsesklasse vs.fase

Som det kan ses af Fig. 3, passer simulationen ikke helt perfekt. Formørkelsen er noget mindre i virkeligheden, end den er i simulationen, men tidsmæssigt falder de målte værdier godt sammen med den forudsagte formørkelse. Plotter man imidlertid den relative intensitet i stedet for den tilsyneladende størrelsesklasse, som det også er gjort med HD-209458, fås Fig. 4.

Størrelsen af usikkerhederne er her ikke kalibreret til denne enhed, men det fornemmes alligevel, at de egentlige måledata og simulationsværdierne falder bedre sammen. Dette skyldes, at vi under omregningen af enhederne bruger log-funktionen (se Lign. 17).

Figur 4: Systemet OGLE-tr-56, Relativ intensitet vs. fase

### 7.3 Ændrede parameterverdier

Som før nævnt har man kun kunnet observere extrasolare planeter der er gaskæmper som Jupiter og Saturn; ingen terrestriske planeter er blevet opdaget endnu. Vores teori er, at det er fordi de terrestriske planeter simpelthen er for små til at kunne observeres.

For at undersøge, om ovennævnte teori kunne tænkes at have nogen form for værdi, har vi kørt vores computerprogram på systemerne Solen-Jupiter og Solen-Jorden. Vi forestiller os, at vi befinder os på planeten OGLE-TR-56b, dvs. omkring 1500 pc. fra Jorden og dermed Solen, og vil se, om det giver nogle resultater i form af en målbar formørkelse, dvs. en nedgang i Solens luminositet, der er større end måleusikkerheden ved fotometrisk detektion. Da OGLE-TR-56 er en solignende stjerne, kan vi med rimelighed antage, at Solens tilsyneladende størrelsesklasse er den samme som for OGLE-TR-56 set fra Jorden. Vi kan her som usikkerhed bruge den gennemsnitlige usikkerhed for den relative flux fra de fotometriske målinger af OGLE-TR-56 (Konacki et al. 2003), som kan aflæses på Fig. 3 til 0,006. Denne usikkerhed er absolut kun en rettesnor, da den blandt andet afhænger af de aktuelle atmosfæreforhold samt baggrundsstøjen, hvoraf sidstnævnte afhænger af de øvrige stjerner i observationsretningen. Som nævnt befinder OGLE-TR-56 sig i retningen

mod gallaksens centrum, hvorfor vi altså i dette tilfælde observerer væk fra centrum og derfor under helt andre forhold.

### 7.3.1 Jupiter

For kørslen med Jupiter har vi fastholdt inklinationen på  $89,9^{\circ}$ <sup>8</sup>, men varieret værdierne for Jupiters afstand til Solen fra 100 til 700  $R_{\odot}$  ( $R_{\odot} = 4,65 \cdot 10^{-3}$  AU). Som det ses på Fig. 5, har vi, når Jupiter er 100  $R_{\odot}$  væk, fået en fin formørkelse af Solen med en nedgang i tilsyneladende størrelsesklasse på  $0,025^{mag}$ , der således er større end målesikkerheden. Faktisk ses en fin formørkelse indtil 500  $R_{\odot}$ , men ved 600  $R_{\odot}$ , kommer Jupiters skive ikke helt ind foran Solens skive. Ved 700  $R_{\odot}$  kan man ikke længere se nogen formørkelse: Her Jupiter helt fri af solskiven.

Jupiter er den største planet i vores solsystem, men selv ved en inklinations på 89,9 grader kan den ikke spores, hvis den er mere end 700  $R_{\odot}$  væk fra Solen. Da Jupiters egentlige afstand til Solen er ca. 1118  $R_{\odot}$ , kan den således ikke detekteres ved fotometri. De extrasolare planeter skal altså enten være meget tæt på stjernen eller være meget store, hvis en formørkelse skal kunne observeres.

### 7.3.2 Jorden

For kørslen af programmet på Jorden har vi fastholdt den indbyrdes afstand mellem Solen og Jorden, men ændret på inklinationen. Som det ses af Fig. 6 opnås, ved inklinationer mellem  $89,75^{\circ}$  og  $89,9^{\circ}$ , kun en svag antydning af formørkelse. Nedgangen i Solens tilsyneladende størrelsesklasse kan vi aflæse til omkring 0,0002, hvilket er langt mindre end usikkerheden, og ville således på nuværende tidspunkt ikke kunne detekteres med fotometri. Allerede ved  $89,6^{\circ}$  opnås ingen formørkelse. Således er der en buevinkel på ca.  $0,8^{\circ}$  symmetrisk omkring den optimale inklinations på  $90^{\circ}$ , hvor Jorden ideelt set formørker Solen. Sandsynligheden for, at inklinationen skulle ligge inden for dette område er temmelig lille. Således kan vi konkludere, at man endnu ikke er i stand til fotometrisk at observere formørkelser forårsaget af små terrestriske planeter som Jorden. Denne konklusion bringer os tættere på den forestilling, at der virkelig kan findes terrestriske planeter andre steder end i Solsystemet, måske endda mange, således som teorien om dannelsen af Solsystemet forudsiger det.

## 8 Konklusion

Man har siden 1995 fundet i alt 102 extrasolare planeter ved benyttelse af radialhastighedsmetoden. Alle disse planeter er bestemt til at være gasgiganter, mange af dem i for vores eget solsystem meget atypiske planetbaner, det vil sige i meget eccentricke baner og i en meget lille afstand fra stjernen. I 1999 registreredes for første gang en af de pågældende

---

<sup>8</sup>Tilfældet  $90^{\circ}$  er uinteressant, da Jupiter, uanset hvor langt væk fra Solen, den måtte befinde sig, til stadighed vil forårsage en formørkelse, detekterbar eller ej.

Figur 5: Jupiter ved forskellige afstande fra Solen.  $i=89.9^\circ$

stjerner, den sol lignende stjerne HD 209458, som formørkelsesvariabel ved hjælp af fotometrisk detektion. Dette var således en meget sikker bekræftelse på eksistensen af HD 209458b. Primo januar d.å. opdagedes endnu en sol lignende stjerne, OGLE-TR-56, med tilhørende planet OGLE-TR-56b, som formørkelsesvariabel med samme metode.

HD 209458b har en omløbstid på 3,5 døgn, et cirkulært omløb med radius 0,046 AU og en minimumsmasse på  $0,62 M_{jup}$ . OGLE-TR-56b ligner meget HD 209458b, men har en noget kortere omløbstid på 1,2 døgn og en baneradius på det halve af den baneradius, man har bestemt for HD 209458b. Således er OGLE-TR-56b meget atypisk i forhold til de øvrigt kendte gasplaneter med korte, tætte omløb

Vi har, ved at betragte et system med en stjerne og en planet som et rent tolegeme-problem, udledt de relevante ligninger. Ud fra disse har vi skrevet et computerprogram i Fortran 90, der kan simulere en lyskurve for et formørkelsesvariabelt extrasolart planetsystem, hvis massen og radius for hhv. stjernen og planeten er kendt, samt den indbyrdes afstand. Ydermere skal stjernens luminositet og afstand til Jorden være kendt. Vi har kørt programmet på systemet OGLE-TR-56 samt HD-209458, og herved opnåede vi med rimelig præcision de samme lyskurver, som man har kunne opnå ved fotometrisk detektion.

Figur 6: Jorden ved afstanden 1 AU, ved varierende værdier af  $i$

Derfor har vi antaget, at vores teori og program er pålidelige.

Vi har kørt vores program på Jupiter og Jorden, som om vi befandt os i samme afstand fra Solen som OGLE-TR-56 (omkr. 1500 parsec). For Jupiter varerede vi planetafstanden fra Solen, men fastholdt inklinationen på  $89,9^\circ$ , og fandt at en formørkelse efter vores metode er registrerbar indtil en indbyrdes afstand mellem Jupiter og Solen på  $700 R_\odot$ . Da den egentlige afstand mellem Jupiter og Solen er lidt over  $1100 R_\odot$ , betyder det, at Jupiters tilstedeværelse kun med ringe sandsynlighed kan detekteres med denne metode fra en stjerne som OGLE-TR-56.

For Jorden kørte vi programmet med Jordens aktuelle afstand til Solen, dvs. 1 AU, men med ændret inklination. Udsvinget kunne kun registreres meget svagt, endda så svagt, at hakket i den fremkomne lyskurve, det vil sige nedgangen i Solens luminositet, aldrig ville kunne bestemmes som andet end en variation på grund af måleusikkerheden. Og dette vel at mærke kun ved inklinationer inden for et meget snævert interval:  $90^\circ \pm 0.4^\circ$ .

Vi kan således konkludere, at de eneste planeter, det er muligt fotometrisk at påvise eksistensen af, er meget store planeter, helst i omløb i en meget lille afstand til stjernen. At

man ikke endnu ikke har fundet nogle mindre og mere typiske planeter for vores solsystem at være, eksempelvis terrestriske planeter som Jorden, kan således skyldes, at man i dag ikke har det nødvendige måleudstyr til at registrere deres tilstedeværelse. Det behøver derfor ikke betyde, at de ikke findes. Tværtimod *kan* det betyde, at der er mange af disse små terrestriske planeter derude. Er dette tilfældet, er det en fin bekræftelse af rigtigheden af teorien om dannelsen af vores solsystem og dannelsen af planetsystemer som en naturlig følge af stjernedannelse. Der går nok lang tid endnu før vi kan få billeder af '*a pale blue dot*', som NASA udtrykker det - men foreløbig gøres der store fremskridt.

## A Appendix

### A.1 Litteraturliste

Roger A. Freedman og William J. Kaufmann: "UNIVERSE sixth edition", W. H. Freeman and Company 2001.

Helle og Henrik Stub: "Det levende univers", Forlaget Trip 2001.

Maciej Konacki, Guillermo Torres, Saurabh Jha, Saurabh og Dimitar D. Sasselov: "A new transitting extrasolar giant planet", arXiv:astro-ph/0301052 v1 4. jan. 2003.

Gregory W. Henry, Geoffrey W. Marcy, R. Paul Butler og Steven S. Vogt: "A transitting '51 Peg-like' planet", The Astrophysical Journal, 529:L41-L44 20. jan. 2000. Accepteret af APJ dec. 1999.

H. Lin, A. Barranco og P. S. Marcus: "Vortex dynamics and angular momentum transport in accresion disks", Center for turbulence Research, Annual Research Briefs 2002.

J. Liu, M.R. Spiegel: "MATHEMATICAL HANDBOOK of Formulas and Tables", 2. ed.; Schaum's Outline Series, McGraw-Hill 1999.

<http://www.exoplanets.org>

<http://www.astro.uw.edu.pl/~ftp/ogle>

<http://www.hao.ucar.edu/public/research/stare/stare.html>

Dan Bruton: "Eclipsing binary stars",  
<http://www.physics.sfasu.edu/astro/ebstar/ebstar.html>.

Forsidebillede er fundet på:

<http://www.hao.ucar.edu/public/research/stare/overview.html> ,  
hvor det også findes i animeret udgave.

## A.2 Brugervejledning til FORTRAN-programmet

Programet kaldes i en c-shell med kommandoen `./exo`. Det spørger om værdier for hhv. stjernens og planetens masser i  $M_{\odot}$ , radier i  $R_{\odot}$ , afstanden mellem legemerne i  $R_{\odot}$ , planetbaneplanens inklinationsvinkel i grader og stjernens nbormale tilsyneladende størrelsesklasse. Herefter beregnes værdier af stjernens relative intensitet  $\frac{I}{I_{max}}$  og dens tilsyneladende størrelsesklasse som en funktion af omløbets fase, og til output sendes tre kolonner, hhv. faserne, intensiteten og størrelsesklassen.

Ønskes en graf for disse, kaldes programmet med kommandoen `./exo > [outputfil]`; værdierne tages ind i den nævnte rækkefølge, evt ved på forhånd at have lavet en inputfil med disse oplysninger (programmet kaldes da med kommandoen `./exo < [inputfil] > [outputfil]`), og resultaterne omdirigeres så til outputfilen. Med mindre output plottes i GnuPlot skal de øverste 7 linier (med tekst) slettes inden plotting, ellers får man problemer. I GnuPlot kan output plottes uden videre.

## A.3 FORTRAN-programmets kildetekst

```
Program exo ! Beregner en lyskurve.

! Compile: f90 -O exo.f90 -o exo

implicit none

real :: n, M1, M2, L1, L2, R, R1, R2, x, x1, x2, y, y1, y2, z, z1, z2, q, v, pi
real :: A1, A2, rho, F1, F2, dA1, dA2, v1, v2, pq, qp, mpl, mst, Asam, I, K, rst, in
real :: rpl, skl, skin
integer :: vgrad

! Størrelsernes værdier

Print*, '#   Indtast stjernens Masse i solmasser'
read*, mst
print*, '#   Indtaste planetens masse i solmasser'
read*, mpl
print*, '#   Indtast stjernens radius i solradier'
read*, rst
print*, '#   Indtast planetens radius i solradier'
read*, rpl
Print*, '#   Indtast afstanden mellem objekterne i solradier'
read*, R
Print*, '#   Indtast planetens baneinklination i Grader'
read*, in
Print*, '#   Indtast stjernens tilsyneladende størrelsesklasse'
read*, skin

pi=3.141592654

!Do-løkke fra 180-540 grader. Skridt: 1/1000 grad.
do vgrad=180000,540001,1

    v=(real(vgrad)/1000)*2.*pi/360.
    n=(2.*pi/360.)*in
    M1=mst
    M2=mpl
!   R=2.
    R1=rst
    R2=rpl
    L2=0
    L1=1

    x=R*sin(v)
    y=R*cos(n)*cos(v)
    z=R*sin(n)*cos(v)

    q=M2/M1

    x1=-x/(1+(1/q))
    y1=-y/(1+(1/q))
    z1=-z/(1+(1/q))

    x2=x/(1+q)
    y2=y/(1+q)
    z2=z/(1+q)

    rho=SQRT((x2-x1)**2+(y2-y1)**2)

qp=((R2)**2-(R1)**2-(rho)**2)/(2*(R1)*(rho))!/(((R2)**2-(R1)**2-(R)**2)/(2*(R1)*(R)))
pq=((R1)**2-(R2)**2-(rho)**2)/(2*(R2)*(rho))!/(((R1)**2-(R2)**2-(R)**2)/(2*(R2)*(R)))

if(pq .gt. -1 .and. pq .lt. 1)then
    if(qp .gt. -1 .and. qp .lt. 1)then
```

```

        v1=2*acos(abs(qp))
        v2=2*acos(abs(pq))
    endif
endif

! write *,qp,pq,v,v1, v2, x,y,z,x1,y1,z1,x2,y2,z2,rho

dA1=0.5*R1**2*(v1-sin(v1))

dA2=0.5*R2**2*(v2-sin(v2))

if (z1>z2) then
    if (rho>(R1+R2))then
        A1=pi*R1**2
        A2=pi*R2**2
    endif

    if ((R1+R2)>rho .and. rho>Sqrt(R1**2-R2**2)) then
        A1=pi*R1**2
        A2=pi*R2**2-dA1-dA2
    endif

    if (Sqrt(R1**2-R2**2)>rho .and. rho>(R1-R2)) then
        A1=pi*R1**2
        A2=dA2-dA1
    endif

    if (rho<(R1-R2)) then
        A1=pi*R1**2
        A2=0
    endif
endif

if (z1<z2)then
    if (rho>(R1+R2))then
        A1=pi*R1**2
        A2=pi*R2**2
    endif

    if ((R1+R2)>rho .and. rho>Sqrt(R1**2-R2**2)) then
        A1=pi*R1**2-dA1-dA2
        A2=pi*R2**2
    endif

    if (Sqrt(R1**2-R2**2)>rho .and. rho>(R1-R2)) then
        A1=pi*R1**2-pi*R2**2+dA2-dA1
        A2=pi*R2**2
    endif

    if (rho<(R1-R2)) then
        A1=pi*R1**2-pi*R2**2
        A2=pi*R2**2
    endif
endif

Asam=A1+A2

!print*, v, A1, A2, Asam
K=1.
!skin=15.3
I=(K/(4*pi)*((L1*A1)/R1**2+(L2*A2/R2**2)))
I=I*4/K
v=v/(2*pi)
skl=-2.5*log(I)+skin
print*, v,I,skl !,A1, A2, Asam

```

```
enddo
```

```
end program exo
```