ØRSTED LABORATORIET
NIELS BOHR INSTITUTET

Universitetsparken 5
2100 København

Telefon 35 32 18 18
Direkte 35 32 04 23
Telefax 35 32 04 60
Email jens@fys.ku.dk

Matematik G, Ugeseddel 28 Uge 18 1998

Jeg er lidt bagefter med ugenumrene. Dette er officielt ugesedlen for uge 18, men ikke destomindre vil den handle om uge 20. I den næste uge bliver vi nød til at bytte lidt rundt på forelæsninger og øvelser. Vi mangler den sidste halvdel af afsnit 11 om karaktertavler og ortogonalitetsrelationer for at kunne regne opgaverne. Dette, som også bliver det sidste stof i gruppeteorien, vil blive gennemgået i den første time på torsdag den 14. maj. Der mangler et ligningsnummer i noterne på side 35: Ligning (11.18) er den anden ligning på side 35 (dvs. ligningen der følger efter "eller"). Den anden time på torsdag og timerne på fredag (den 15. maj) vil vi benytte til at regne følgende opgaver:

43, 33, 36, 34

(i denne rækkefølge). Opgave 34 suppleres med, at vi opstiller karaktertavlen for gruppen [denne gruppe er det direkte produkt af Diedergruppen $D_3 \equiv S_3$ og gruppen bestående af e og spejlningen i midtnormalplannet, σ_h og den benævnes D_{3h}]. Som nogle ekstra eksempler på opstilling af karaktertavler vil vi betragte de to tetraedergrupper:

T_h inkluderer uegentlige drejninger og har 24 elementer. Denne gruppe er isomorf med S_4, hvis konjugationsklasser er opstillet på side 11 i noterne.

$T(23)$ er gruppen af egentlige drejninger af et tetraeder over i sig selv. Gruppen har 12 elementer og er isomorf med den alternerende gruppe A_4. Vi har beskæftiget os med denne gruppe, i opgave 12 og 32 c), men vi fik ikke gjort arbejdet færdigt:

For den symmetrisk gruppe S_n gælder det, at den nødvendige og tilstrækkelige betingelse for, at to elementer tilhører samme konjugationsklasse er, at de er af samme type (sætningen på side 11). For en undergruppe i S_n, som fx A_n, er betingelsen kun nødvendig. To elementer af samme type kan godt tilhøre to forskellige klasser (vi har set et eksempel på dette i opgave 30). I opgave 12 fandt vi, at A_4 bestod af elementer af tre forskellige typer: 1^4 (ét element, e), $1^1 3^1$ (8 drejninger om de 4 højder), og 2^2 (3 drejninger på 180° om de tre midterlinier). En nærmere undersøgelse (prøv dette) viser, at de 8 drejninger deler sig i to forskellige konjugationsklasser (svarende til drejninger på 120° om en normal, der peger enten ind eller ud ad tetraedret).

Benyttes disse resultater i opgave 32 c), ses det, at hele den symmetriske gruppe $S_4 \equiv T_h$ har egenskaben, at der for ethvert element g gælder at g og g^{-1} er konjugerede (og dermed, opgave 33, at karakteren af g er reel). Derimod har gruppen $A_4 \equiv T(23)$ ikke denne egenskab, idet elementerne svarende til en drejning om en af de 4 højder og den modsatte drejning er i to forskellige konjugationsklasser.

6-5-98, Jens Jensen