ØRSTED LABORATORIET
NIELS BOHR INSTITUTET

Universitetsparken 5
2100 København

Telefon 35 32 18 18
Direkte 35 32 04 23
Telefax 35 32 04 60
Email jens@fys.ku.dk

Matematik G, Ugeseddel 22 Uge 12 1998

Vi er ved at kunne afslutte gennemgangen af kapitlet om tensorer. På fredag den 20. marts vil jeg gennemgå afsnit 19.19 om kovariant differentiation og afsnit 19.20 om vektoroperatorer. De to sidste afsnit vil jeg enten gennemgå på fredag eller, hvis jeg ikke når det, ved regneøvelsen torsdag den 26. marts; således at vi skulle kunne begynde på gruppeteorien næste fredag den 27. marts (det er muligt, at vi får brug for den første forelæsningstime til at diskutere de sidste ting i tensorkapitlet). I denne uge regner vi opgave 19.14, samt opgave IV og V (se ugeseddel 21).

Opgaverne til næste torsdag den 26. marts bliver: Opgave VI (se nedenfor) samt 19.16, 19.17, og 19.18.

Opgave 19.17 forudsætter kendskab til Euler-Lagrange ligningen:

Betingelsen for, at $I = \int_a^b F(t,x,\dot{x})dt$ antager en extremumsværdi er, at

$$\frac{\partial F}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial F}{\partial \dot{x}}\right) = 0,$$

hvor $\dot{x} = dx/dt$. Dette vises forholdsvis simpelt ved at erstatte $x = x(t)$ med $x = x(t) + \epsilon\eta(t)$ og forlange, at I ikke ændres til første orden i ϵ.

Der har indsneget sig en fejl i opgave 19.18. Den letteste måde at rette den på er at ombytte i og k på højresiden af anden ligning, dvs. at $\Gamma_{ijk} = [jk, i]$, når vi benytter den skrivemåde jeg indførte i sidste uge. De to første spørgsmål i opgave 19.18 kan derfor formuleres således:

Vis at ligning (19.80): $\left\{ {l \atop ij} \right\} = g^{lq}[ij,q] \quad \Longrightarrow \quad [ij,k] = g_{kl}\left\{ {l \atop ij} \right\}$

samt vis at $\dfrac{\partial g_{ij}}{\partial u^k} = [ik,j] + [jk,i]$

Opgave VI

i) Vis at

$$\frac{\partial^2 u^l}{\partial u'^j \partial u'^k}\frac{\partial u'^i}{\partial u^l} = -\frac{\partial^2 u'^i}{\partial u^l \partial u^m}\frac{\partial u^m}{\partial u'^j}\frac{\partial u^l}{\partial u'^k}$$

ii) Eftervis at den kovariante afledede af de kontravariante komponenter af en vektor transformere som en mixet 2. ordens tensor, dvs. at

$$\left(v^i_{;j}\right)' = \frac{\partial v'^i}{\partial u'^j} + \left\{ {i \atop jk} \right\}' v'^k = \frac{\partial u'^i}{\partial u^p}\frac{\partial u^q}{\partial u'^j} v^p_{;q}$$

19-3-98 Jens Jensen