MATEMATIK G

Ørsted Laboratoriet
Niels Bohr Institutet fAFG
Universitetsparken 5
2100 København

Kontor DS06
Telefon 35 32 04 23
Telefax 35 32 04 60
Email jens@fys.ku.dk

Ugeseddel 7 Uge 42/43 1998

Forelæsninger: Fredag kl. 9–11 Aud. 8:

I dag (23/10) har jeg gennemgået Afsnit 6.3 og 6.4, hvor vi udledte s- og t-forskydningsreglerne samt indførte Heaviside-funktionen (step-funktionen): $u(t-a) = 0$ for $t < a$ og 1 for $t > a$, samt (Dirac') delta-funktion. $\delta(t-a)$ kan betragtes som den afledede af $u(t-a)$: $\delta(t-a) = u'(t-a)$. Delta-funktionen er uendelig for $t = a$ og 0 for $t \neq a$ på en sådan måde, at $\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t-a)dt = 1$. I næste uge vil jeg gennemgå Afsnit 6.5 og 6.6, hvorimod Afsnit 6.7 mere eller mindre overspringes ved at blive erstattet med følgende bemærkninger (samt praksis ved regneøvelserne):

I regninger med Laplace-transformationen sker det tit, at $F(s)$ er en *ægte brudden rational funktion*, dvs.

$$F(s) = \frac{P_n(s)}{Q_m(s)}$$

hvor $P_n(s)$ og $Q_m(s)$ er polynomier i s af $n$te henholdsvis $m$te grad og $n < m$ (ægte). For at finde den inverse må $F(s)$ *dekomponeres* til en sum af *stambrøker*: Betegner a_i de m (inkl. komplekse) rødder i $Q_m(s)$, dvs.
$Q_m(s) = K(s-a_1)^k(s-a_2)^l \cdots$, så er $F(s)$ entydigt bestemt ved udtrykket

$$F(s) = \frac{b_k}{(s-a_1)^k} + \frac{b_{k-1}}{(s-a_1)^{k-1}} + \cdots + \frac{b_1}{s-a_1} + \frac{c_l}{(s-a_2)^l} + \cdots \tag{1}$$

hvor konstanterne i stambrøkernes tællere findes ved at sætte hele udtrykket på fælles brøkstreg med Q_m i nævneren og benytte, at denne brøks tæller skal være lig $P_n(s)$. Er alle konstanter i $P_n(s)$ og $Q_n(s)$ reelle vil eventuelle komplekse rødder optræde i konjugerede par, og

$$\frac{d_h}{(s-\alpha-i\beta)^h} + \frac{d_h^*}{(s-\alpha+i\beta)^h} = \frac{e_h s + f_h}{[(s-\alpha)^2+\beta^2]^h} + \cdots + \frac{e_1 s + f_1}{(s-\alpha)^2+\beta^2} \tag{2}$$

og dermed, at eventuelle komplekse led i (1) kan erstattes med led svarende til højre siden af ligning (2).

Regneøvelser: Tirsdag den 27. oktober kl. 13–15 i D317:

Afsnit 6.2 opgave 27, 29, 31 (blev regnet den 20/10)

Afsnit 6.3 opgave 3, 7, 11, 15, 23, 27, 28, 44, 65, 67, 68

Jens Jensen

23. oktober 98