Hold 3 – Daniel Lawther, Jesper Hornebo Jensen, Helle Greisen

Uge 41 – Relativity (again!)

I denne uge kiggede vi på en række simulationer af situationer, der involverer relativistisk bevægelse. Vi startede med at overveje:

The Pole And Barn 'Paradox'
http://webphysics.davidson.edu/physlet_resources/special_relativity/ex1.html

Her betragter vi en simulation af en pæl, der bevæger sig igennem en lade med to porte. Vi kan vælge at se animationen fra ladens inertiale referenceramme, eller fra pælens. Vi ser at, set fra ladens referenceramme, bliver pælen komprimeret i forhold til dens hvilelængde på grund af relativistisk længdeforkortning (som kan udledes fra Lorentz-transformationen). Set fra pælens referenceramme er det derimod laden, der forkortes i forhold til dens hvilelængde.

Programmet tegner en graf med tiden (i meter, c*t) som funktion af strækningen x (i meter).

I første omgang ser vi begivenhederne fra ladens referenceramme.

a) Stolpen bevæger sig med v/c = 10m/11,5m = 0.87c.

b) Vi ser på den inverse hældning af de aftegnede verdenslinjerner, og ser at de er lig med vores afmålte hastigheder. Rød (pælen) : 0.87. Grøn (laden) : 0

c) Punkt A: når det forreste stykke af pælen går igennem ladens første dør. B er når det sidste stykke af pælen går igennem den første dør. A' og B' er begivenhederne, at henholdsvis starten og enden af pælen går igennem den sidste dør. A' og B er samtidig i ladens referenceramme.

Nu kigger vi på pælens referenceramme.

d) v/c = 20m/23,1m = 0.87. Her ser vi naturligvis at laden har samme fart set fra pælen, som pælen har set fra laden. Bevægelsesretningen er omvendt.

e) I dette inertialsystem har pælen længden 20 m. Denne længde er pælens hvilelængde, da vi observerer den fra dens egen referenceramme. Pælen var i den første animation forkortet på grund af Lorentz-transformationen af dens længde til ladens referenceramme.

f) Vi ser at laden har i dette inertialsystem længden 5m. Dette skyldes igen den høje hastighed, som pælen og laden bevæger sig i forhold til hinanden.

g) Begivenhederne får de samme benævnelser som før, men nu er A' og B ikke længere samtidige. Dette følger direkte af at laden og pælen ikke er lige lange i dette inertialsystem.

Lys-ure i bevægelse i forhold til hinanden

Her ser vi en animation med to lysure (ure, hvor tidsberegningen sker ved at tælle hvor mange gange, en lysstråle har bevæget sig frem og tilbage over en vis afstand, der er fast i forhold til urenes eget inertialsystem – fx et spejl og en måler, der samtidig udsender en ny lyspuls). Da c er konstant i alle inertialsystemer, vil disse ure måle 'korrekt' egentid uanset deres indbyrdes bevægelse. Ved at bevæge dem i forhold til hinanden kan vi simulere tidsforlængelsen.

Den grønne stråle bevæger sig samme lodrette strækning som den røde (da koordinater vinkelret på bevægelsesretningen er uændrede i Lorentz-transformationen), men strækningen er skrå i forhold til det stationære ur. Lyset har samme hastighed c i begge stråler, men skal bevæge sig længere i det ur, der bevæger sig i forhold til observatørens inertialsystem. Derfor er den i observatørens inertialsystem længere tid om at udløse tælleren.

Ved beta = v / c = 0.5, så er den grønnes lodrette strækning 0,88 gange den rødes lodrette strækning

Den lodrette afstand er lyset en vis tid dt om at tilbagelægge. Lysstrålen har tilbagelagt 0,88 gange den lodrette strækning i det grønne ur, når der i det røde ur har tilbagelagt hele strækningen. Men begge ure måler en korrekt egentid, derfor må dt i det grønne ur være 0,88 gange dt i det røde.

Det tager lyset $3{,}3\ 10^{-9}$ sec. At bevæge sig 1 meter. Derfor svarer hvert tick i det røde ur i dette urs referencesamme til 3,3*10^(-9) sek. Vi ser at tiden er forlænget i det grønne urs inertialsystem i forhold til observatørens.

Denne formel: $(c\,\Delta t')^2 = (v\,\Delta t')^2 + L^2$ følger af at bruge Pythagoras' teorem på den trekant, som lysets sti udgør hypotenusen til, når man ser på et bevægende lysur.

Heraf kan vi udlede: $\Delta t' = 1/ (1 - \beta^2)^{0.5} * \Delta t$.

For at få det bevægende ur til at gå halvt så hurtigt som et ur, der er stationært i forhold til observatøren, må faktoren $1/ (1 - \beta^2)^{0.5}$ (som vi generelt betegner 'gamma') være lig 2, og v / c må så være lig 0,88.

I den nederste animation er det grønne lysur vendt på siden i forhold til bevægelsen. Denne ændring skulle ikke spille nogen rolle i forhold til tidsmålingen i urets eget inertialsystem – lysets hastighed er stadigvæk c, og afstanden er stadigvæk 2 * 50cm. Da vi stadigvæk har to ure, som måler korrekt egentid og som ville ticke ved samme tidsinterval hvis de var i hvile i forhold til hinanden, bør tidsforlængelsen også gælde i denne situation. Men at se på lysets bevægelse i forhold til en observatør i et andet inertialsystem er umiddelbart mere kompliceret.

Animationen viser en længdeforkortelse i det ene ur, som bliver mere og mere markant når hastigheden stiger. Vi sætter den indbyrdes hastighed mellem de to ure til v=0,5c. Så er grøn længde 0,88 gange rød længde. Dette passer med Lorentz-transformationen, der forudsiger en gamma-afhængig ændring i afstanden mellem to punkter i et inertialsystem, set fra et andet system i bevægelse i forhold til afstandens hvilesystem.

Vi ser også, at hvis denne længdeforkortelse ikke fandt sted, så ville tiden i det bevægende ur gå endnu langsommere i forhold til observatøren, da lyset i så fald skulle bevæge sig endnu længere frem og tilbage i observatørens system for hver tick.

Tvillinge'paradokset'

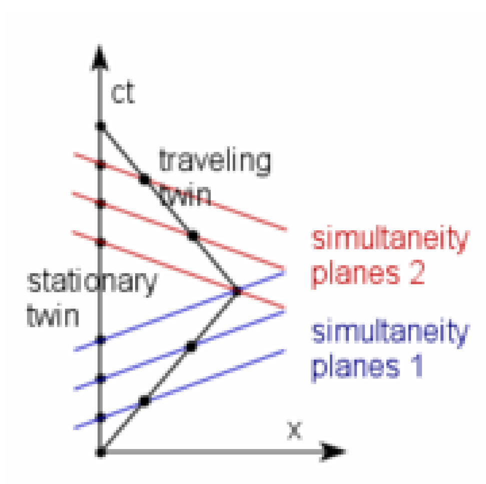
http://www.nbi.dk/~bearden/BeardWeb/Teaching/Fys1L2007/Uge41/twins.py

Denne animation forestiller et rumskib, der flyver mod Alpha Centauri med en tilpas høj hastighed. Vi ser hvordan tiden går hurtigere på rumskibet på grund af den relativistiske tidsforlængelse.

'Paradokset' består i, at hvis alle inertialsystemer er lige gyldige (Einsteins 1. postulat) – kunne eksperimentet så ikke lige så godt beskrives som jorden, der bevæger sig væk fra rumskibet og så kommer tilbage?

Der er dog ikke tale om noget absolut symmetri mellem skibets situation og jordens. For skibet skal accelereres når den starter sin rejse, og nødvendigvis også når den vender om. Når man accelererer er man ikke i et inertialsystem men et accelererende system. Og acceleration kan vist betragtes som noget absolut, på en måde som hastighed ikke kan (her forstår vi vist ikke helt hvorfor, men special relativitet bruges modsat den generelle form kun i inertialsystemer).

Her har jeg **nakket et billede fra Wikipedia**. Samtidighed er relativt; de tegnede linjer viser, hvad der er samtidigt set fra skibet (hvor samtidige begivenheder set fra jorden derimod ligger i en linje parallelt med x-aksen). Vi ser at 'nutiden' på skibet ændrer sig når den skifter fra det inertialsystem, hvor den flyver mod Alpha Centauri, til det system hvor den flyver hjem igen. Set fra skibets system vil tiden på jorden gå meget hurtigt lige i skiftet.



De hvide ringe i vores animation
er lyspulser, som udsendes med en fast tidsinterval fra jorden. De gule ringe er lyspulser, som udsendes med fast tidsinterval fra skibet. Hvis begge var i hvile ville tidsintervallet mellem de hvide pulser være det samme som tidsintervallet mellem de gule pulser.

Uanset hvilken hastighed raketten bevæger sig med så udsendes pulserne for hvert hele tidsinterval i deres eget ur. Men grundet relativistisk tidsforlængelse går tiden på skibet langsommere, jo hurtigere skibet bevæger sig i forhold til jorden. Her spiller vores gamma-faktor ind: $dt_{JORD} = \gamma * dt_{SKIB}$

Hvis vi antager, at et skib med masse 10,000 kg skal accelereres til 0,8 * c, så er E_{kin} = ½mv^2, hvis vi regner newtonsk. Men for så høj en fart som v = 0.8c så er vi nødt til at beregne den kinetiske energi efter den relativistiske energi:
$E_{kin}=\{\gamma*(v)-1\}*mc^2$

Den fandt vi i bogen! :)

Rumtidsdiagram for tvillingeparadokset set fra den tvilling, der bliver på jorden

http://webphysics.davidson.edu/physlet_resources/special_relativity/ex3.html

Her ser vi den samme tur til og fra Alpha Centauri, men nu fokuserer vi især på hvad den fornuftige tvilling, der bliver hjemme, rent faktisk ser. Animationen viser to ure, en der viser jordens egentid (venstre ur) og en, der tæller for hver gang, der modtages en signal fra rumskibet.

a) Skibet udsender en lyspuls hver tidsenhed – en gang om året? Dette tidsrum er gældende i skibets egen tid – i animationen ser vi, at den tid, der går mellem lyspulsernes udsendelse, ikke er lig med 1 tidsenhed på venstre ur.

b) Frekvensen af lyspulsen fra skibet, set i jordens inertialsystem: På vej mod Alpha Centauri har pulserne frekvensen 1 / (2 år) , på vej hjem igen ser vi frekvensen 2 per år.

c) Vi opererer med tre inertialsystemer: jorden, skibet på vej mod stjernerne, og skibet på vej hjem. Begge systemer omkring skibet vil have en tidsforlængelse i forhold til jorden, men ikke nødvendigvis den samme. Vi ser at den samlede forsinkelse på skibets ur for hele turen er lig 2 år i forhold til jordens ur.
d) Der udsendes fire pulser på vej ud, og fire på vej hjem. Dette stemmer godt overens med, at turen ud og hjem skulle tage den samme tid set fra skibet (både strækning og fart er ens).
e) Den første puls udsendes i t_{JORD}=1,2 og f) den anden puls udsendes i t_{JORD}= 2,5.

g) Tvillingen på jorden ser de første to puls efter 2 og 4 år, på grund af den tid, lyset er om at komme fra skibets position til jorden.

Den gule plet i den sidste animation viser det 'billede' af skibets position, der ses fra Jorden. Vi ser at den gule har en væsentlig højere 'fart' på hjemvejen, men vender derimod senere i forhold til jorden, end skibets faktiske bevægelse. Meget løst kunne man måske sige, at lysbilledet bliver 'presset sammen' på vej hjem.

h) Den 'fart', som der umiddelbart ses fra jorden mens skibet ses at bevæge sig mod Alpha Centauri: 0,35c (aflæst på rumtidsdiagrammet som det inverse til den 'verdenslinje', der umiddelbart ses fra jorden).
i) Hjemvejen: 0,67c (igen aflæst som den gule linjes inverse hældning).